

天顶摄影仪轴系误差对垂线偏差 测量精度的影响及其修正方法

曾志雄, 胡晓东, 高立民

(中国科学院 西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710068)

摘要: 由于机械加工精度和常平架的调平精度有限, 天顶摄影仪的视轴、垂直旋转轴与铅垂线总是存在不一致, 导致测量精度与理论精度存在很大的偏差。为了提高垂线偏差测量系统的精度, 根据天顶摄影仪的测量原理, 定性、定量地分析了各种轴系误差对垂线偏差测量精度的影响, 提出了相应的修正方案, 推出了修正公式和修正后的误差公式, 同时还分析了由于轴系不一致引起的恒星影像偏差及其影响。最后, 考虑实际的工艺水平, 确定了系统的各种参数, 通过仿真、模拟计算得出修正后的系统测量误差为 $0.4285''$ 。

关键词: 天顶摄影仪; 轴系误差; 精度分析; 垂线偏差

中图分类号: TH752.1 **文献标识码:** A

Effect of digital zenith camera axis error on measurement precision of vertical deflection and its correction

ZENG Zhi-xiong, HU Xiao-dong, GAO Li-min

(Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068, China)

Abstract: Due to machining accuracy and limited leveling precision of gimbals, there is always an inconsistency between the visual axis and the vertical rotational axis of the digital zenith camera and the plumb line, which leads to a big deviation between measurement precision and theoretical precision. In order to improve the measurement precision of vertical deflection, following the measurement principle of digital zenith camera, the effect of different axis errors on the measurement precision of vertical deflection is analyzed both quantitatively and qualitatively with necessary correction schemes suggested, and correction formula and post-correction error formula derived, and the image deflection resulting from axis inconsistency and its effect are analyzed as well. Various parameters of the system are determined in accordance with the actual technological level achievable, and simulations and simulation calculations show that the post-correction measurement error of the system is $0.4285''$.

Key words: zenith camera; axis error; precision analysis; vertical deflections

1 引言

CCD 天顶摄影仪是一种垂直于大地水准面向天空拍星的仪器。它包括 CCD 芯片、光学系统、

航空相机平台以及用于修正误差的倾角测量仪和辅助修正的寻北仪。对利用该仪器获取的恒星的影像进行处理、解算, 可以快速而精确地确定站点的天文坐标; 结合 GPS 测得的大地坐标, 进一步确定该点的垂线偏差。当前, 欧洲一些国

家设计出的天顶摄影仪的精度为 0.5 ~ 1.0 ; 奥地利近来计划采用 CCD 技术和 DGPS 技术测量垂线偏差, 其精度达到 0.4 ; 德国在 2002 年做出的天顶仪使垂线偏差的测量精度达到 0.1 ~ 0.2 , 测量时间缩短为 15 ~ 20 min^[1]。部分轴系误差的修正可以采用矩阵旋转的办法来分析^[2], 但是为了使修正算法更加精确, 没有近似处理, 使系统的测量精度达到或优于 0.5 , 本文结合系统本身指向天顶摄影的特殊性, 统一采用球面三角的方法来分析。

2 误差分析及其修正、修正的精度

由于机械加工和常平架的调平精度的限制, 天顶摄影仪总是存在轴系误差, 这主要是因为视轴、垂直旋转轴与铅垂线不一致所引起的。

2.1 铅垂线与垂直旋转轴不一致引起的误差及其修正

垂直轴倾斜误差可通过高精度倾角测量仪在摄影瞬间的读数进行改正, 两个分别置于经过测站点的子午圈和卯酉圈上。由于自动调平装置的置平精度很难优于 2.0 , 于是常平架上的视轴和垂直旋转轴整体与铅垂线至少存在 2.0 的偏角; 由误差的传递性易知, 系统的整体误差必大于 2.0 。所以, 为了提高系统的总体精度, 必须用更精确的倾角测量仪测量偏角并矫正。(现在倾角测量仪的测角灵敏度为 0.2 , 甚至可以小于 0.05^[1], 但由于受温度的影响很大, 故拟采取温度补偿和创造恒温工作环境的方法, 使测角精度控制在 0.3 以内^[3-4]。它直接影响着系统的整体精度, 是下一阶段的主要研究方向。)

2.1.1 寻北误差的影响

为了使倾角测量仪放在纬度圈上, 需要寻北仪定向, 又由于不能指向真北, 所以对修正值也有影响, 示意图如图 1。

图 1 中, p 为大圆 Aqq 的极, Oq 指向为理想铅垂线方向, qN 指向为真北方向, 理想的修正值为大弧 qN 。由于寻北仪误差的影响, 倾角测量仪的放置方向为 qN' , 于是实际测得的在纬度方向上的轴系偏角值为大弧 qN' 。设 θ 为寻北误差值, β 为置平系统的置平角度差, 则在球面三角形 qNN' 中, 大弧 $qN = \frac{\pi}{2}$, 球面角 $qNN' = \frac{\pi}{2}$, 球面

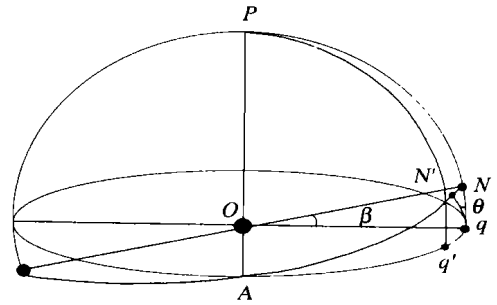


图 1 置平误差的测量

Fig. 1 Measurement of the error of level

角 $NqN' = \theta$ 。设大弧 $qN' = \beta$, 则由球面三角形中相邻的 4 元素的关系式:

$$\begin{aligned} c \tan \beta \times \sin \frac{\pi}{2} &= -\cos \frac{\pi}{2} \times \\ \cos \beta &+ \sin \frac{\pi}{2} \times c \tan \theta, \end{aligned} \quad (1)$$

求得

$$\beta = \tan^{-1}(\sin \theta \times \tan \frac{\pi}{2}), \quad (1)$$

在球面三角形 AqN 中, 大弧 $AN = \frac{\pi}{2}$, 球面角 $NqA = \frac{\pi}{2}$, 球面角 $NAq = \beta$, 设大弧 $Nq = \alpha$, 由球面三角形的正弦公式:

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{\sin \beta}{\sin \frac{\pi}{2}}, \quad (2)$$

求得 $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$ 。经过计算, 当 $\theta < 5^\circ$ (由于星影像的亚像元定位分析要求星像移动的方向与 CCD 靶面坐标轴的夹角 $< 5^\circ$, 置平角度 $< 30^\circ$ 时 (考虑此参数对测量垂线偏差系统的其他分系统的误差影响, 最大只能取 30°), β 的值 $< 10^{-7}$, 可以忽略。所以, 只要寻北误差和人为操作引起的角度误差之和 $< 5^\circ$, 则它对测角值修正引起的误差完全可以忽略不计, 即可以认为倾角测量仪分别放在真北方向和与之垂直的方向上。

2.1.2 修正算法

设在子午圈和卯酉圈方向上的倾角测量仪的测角值分别为 α_1, α_2 , 在纬度方向上 α_1 与定义的纬度方向一致, 所以校正偏差的算法是直接加上 α_1 ; 而在经度方向上 α_2 为球面的大圆弧度, 与经度定义的小圆不一致, 还会引起纬度、经度误差, 如图 2。

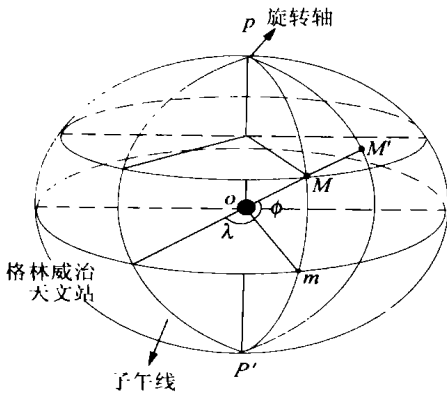


图 2 天文坐标的修正图

Fig. 2 Correction of astronomical coordinates

图 2 中 OM 指向为测站点的理想铅垂线方向, M 为铅垂线向量在天球上对应的点, M' 点为垂直旋转轴向量所对应的天文点。由于常平架的置平精度不高, 实际视轴指向为 OM 。设天文点 M 和 M' 的纬度值分别为 δ_0 、 δ_1 ; 则在球面三角形 pMM' 中, 大弧 $pM = \frac{\pi}{2} - \delta_0$, 大弧 $pM' = \frac{\pi}{2} - \delta_1$, 大弧 $MM' = \lambda$, 球面角 $MM'p = \frac{\pi}{2}$, 则球面角 $M'pM$ 为由于经度方向上的偏差而造成的经度误差, 大弧 pM 为相应的真纬度。由球面三角形的余弦公式:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta_0\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right) \times \cos \lambda + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta_1\right) \times \sin \lambda \times \cos \frac{\pi}{2}, \quad (3)$$

解得: $\delta_0 = \sin^{-1}(\sin \delta_1 \times \cos \lambda)$, 由于 δ_1 为实际旋转轴向量对应的纬度, 不能用已经修正后的纬度值计算, 它本身存在 δ_1 的偏差, 则修正值存在余差, 当 $\lambda < 30^\circ$, 在我国境内纬度小于 54° 的测站点, 余差小于 0.003 。它与倾角测量仪 0.3 的测量误差叠加, 产生的最大误差为 0.303 。再根据球面三角形的正弦公式:

$$\frac{\sin M'pM}{\sin \lambda} = \frac{\sin MM'p}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta_0\right)}, \quad (4)$$

解得: $M'pM = \sin^{-1}\left(\frac{\sin \lambda}{\cos \delta_0}\right)$ 。

所以, 不计余差, 若调平后摄影解算所得视轴的天文经纬度分别为 δ_0 、 λ_0 , 则测站的天文经纬度分别为:

$$\begin{cases} \delta_0 = \delta_1 - \sin^{-1}\left(\frac{\sin \lambda}{\cos \delta_1}\right) \\ \lambda_0 = \lambda - \lambda_1, \end{cases} \quad (5)$$

当 $\lambda < 30^\circ$, 纬度 $< 54^\circ$ 时, 纬度值的余差会产生 < 0.0102 的经度修正余差; 进而造成 < 0.006 的垂线偏差误差。它与倾角测量仪 0.3 的测量误差叠加, 产生的最大误差为 0.306 。

2.2 视轴与垂直旋转轴不一致引起的误差及其修正

在实际应用中, 因为视轴可能与平台不垂直, 而且其差值难以确定, 通常称为视轴指向误差, 其值约 $1'$ 不等, 且根据制造工艺的不同而不同; 如果不消除, 则会引起较大的系统误差, 所以采用旋转轴的方法, 通过旋转在 0° 、 90° 、 180° 及 270° 4 个不同方位进行摄影、测量, 分别计算出 4 个方位的天文经度, 然后取其均值即可消除, 但这种方法能消除因视轴与旋转轴不一致所引起的恒星影像偏移的误差。

2.2.1 修正分析

所做计算的目的是求出旋转轴对应的坐标值, 但实际上在每个方位, 通过星影像处理、解算求得的坐标值都是视轴的坐标。

设旋转轴的天文坐标分别为 δ_0 、 λ_0 , 在 0° 时, 视轴的天文坐标分别为 δ_1 、 λ_1 , 旋转轴与视轴的夹角在球面坐标中的修正分量分别为 δ_1 、 λ_1 , 修正公式与公式 (5) 相似, 只是各偏差值因为指向精度高而更小, 很难测出; 而且各点的纬度值有较小的偏差。根据上面的分析及结果, 可得:

$$\begin{cases} \delta_0 = \delta_1 + \delta_1 \\ \lambda_0 = \lambda_1 + \lambda_1, \end{cases} \quad (6a)$$

不管旋转轴如何旋转, 它与视轴的夹角是不变的。在 180° 方位上, 球面坐标的对称面发生变化, 经度方向上的修正分量与测站的纬度有关, 纬度方向上因为旋转轴与天球的径向重合, 所以纬度在相位差 180° 的 2 个分量的绝对值完全相等, 相位相反。而在 90° 方位上, 它与 0° 方位的各偏角分量发生了对称变化, 各不相等。所以, 在其他 3 个方向 90° 、 180° 及 270° (顺时针旋转) 时测得视轴的天文坐标应为:

$$\begin{cases} \delta_1 = \delta_0 + \delta_2 \\ \lambda_1 = \lambda_0 + \lambda_2, \end{cases} \quad (6b)$$

$$\begin{cases} a_1 = r_0 - 1 \\ a_2 = r_0 - 1, \end{cases} \quad (6c)$$

$$\begin{cases} a_3 = r_0 - 2 \\ a_4 = r_0 - 2, \end{cases} \quad (6d)$$

考虑工艺条件, 旋转轴与视轴的夹角可以做到 < 2。根据上面分析的误差修正公式 (3)、(4)、(5), 纬度方向上 2 的偏差值对经度和纬度两分量的修正值的最大影响小于 0.6×10^{-3} , 可以忽略, 即认为 a_1 与 a_2 、 a_3 与 a_4 是相等的, 因此旋转轴指向的天文坐标为:

$$\begin{cases} r_0 = \frac{a_0 + a_1 + a_2 + a_3}{4} \\ r_0 = \frac{a_0 + a_1 + a_2 + a_3}{4}, \end{cases} \quad (7)$$

从上面分析可以看出, 在 0 和 180 两个方位上测量取均值就可以消除指向偏差带来的误差, 但是为了消除方位转换带来的影响, 依然在 4 个方位测量。

2. 2. 2 星影像的误差分析

因为天顶摄影仪测量的数学模型是依据理想视轴指向建立的, 所以通过图像处理, 依据天文投影成像的数学模型解算出来的天文坐标值实际上是视轴指向的坐标。另外, 视轴与垂直旋转轴不一致还会引起恒星像点坐标误差, 在一维情况下的成像图如图 3。

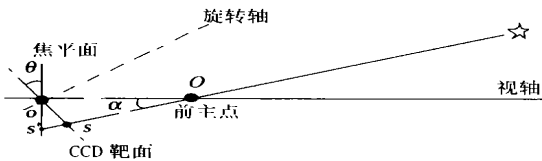


图 3 星点成像的一维原理图

Fig. 3 Principles of imaging

图 3 中 o 点为光学系统的光心, 通过 o 点并与视轴垂直的面为理想焦平面, 与旋转轴垂直的面为 CCD 靶面。因此, 对于图中一颗恒星的实际星像点为 s 点, 理论星像点为 s ; 所以插值计算时, 实际上把脱靶量 os 当作 os , 它们之间的误差与恒星在视场中的位置有关, 误差方程如下:

$$x = L_{os} - L_{os} = f \times \left(\tan \theta - \frac{\sin \alpha}{\sin(90 - \alpha \pm \theta)} \right) \quad (8)$$

式中 f 为焦距, L_{os} 为理论脱靶量 os 的长度, L_{os} 为实际脱靶量 os 的长度, θ 为某一颗星的主光线与视轴的夹角, α 为视轴与旋转轴的夹角。考虑在视轴下面的恒星的星点影像误差, 所以上式右端有“ \pm ”, 对应图例为“+”。

同理, 由于装配原因引起的 CCD 器件微小倾斜所造成的像点误差方程同公式 (8), 两种误差可以迭加到 (8) 中分析, 用于控制工艺精度。

3 计算和结果分析

通过各种分析, 拟采用仙童公司的 CCD595 大面阵帧转移图像传感器, 像敏单元个数为 9216×9216 , 像元尺寸为 $8.75 \mu\text{m} \times 8.75 \mu\text{m}$, CCD 面阵尺寸为 $80.64 \text{mm} \times 80.64 \text{mm}$, 光学系统的焦距为 542mm , 光学口径为 63mm , 视场角 FOV 为 12° 。根据公式 (8), 用 MATLAB 计算出视轴与旋转轴的夹角在不同值的情况下, 分别在视场中 5 处的成像偏差值以及在 FOV 内角度间隔为 0.1 时统计各值的均方值, 见表 1。

表 1 中误差随着 α 、 θ 的增大而增大, 因此在生产工艺中如果保证视轴与旋转轴的夹角在 1.5 左右, 则恒星影像测量的误差为:

$$x_x = y_x = \pm 0.0795 \mu\text{m}$$

表 1 由视轴偏差引起的星影像误差数据

Tab. 1 Error data of image caused by axis deflection

μm	$f=542 \text{mm}$					
	均方值	$\alpha=4^\circ$	$\alpha=6^\circ$	$\alpha=8^\circ$	$\alpha=10^\circ$	$\alpha=12^\circ$
$\theta=0.5''$	0.026 5	0.006 4	0.014 5	0.026 0	0.040 8	0.059 4
$\theta=1.0''$	0.053 0	0.012 8	0.029 0	0.051 9	0.081 7	0.118 7
$\theta=1.5''$	0.079 5	0.014 7	0.043 5	0.077 9	0.122 5	0.178 1
$\theta=2.0''$	0.106 0	0.025 7	0.058 1	0.103 8	0.163 4	0.237 4

当系统的置平精度优于 $30''$ ，寻北精度优于 $5''$ ，考虑折光差 $0.1''$ ，物镜畸变误差 $1.414 \mu\text{m}^{[5]}$ ，测时误差 $0.02 \mu\text{m}$ ，星影像测量误差 $0.875 \mu\text{m}$ ，星表误差 $0.12 \mu\text{m}$ ，内方位测定误差，星移误差以及其他误差的影响，统一转换为星影像的坐标值误差约为 $2 \mu\text{m}$ 。在我国境内，模拟生

成任一天区中心点服从随机分布，灰度值服从高斯分布的 15 颗恒星的影像^[6]，再对其处理解算得出旋转轴的天文坐标误差小于 $0.3''$ （300 次），加上置平修正误差，得到测站的天文坐标误差为 $\sqrt{0.306^2 + 0.3^2} = 0.4285''$ ，所以垂线偏差的测定精度可以优于 $0.5''$ 。

参考文献：

- [1] HIRT C, BUERKI B. The digital zenith camera-A new high-precision and economic astrogeodetic observation system for real-time measurement of deflections of the vertical [C]. *Proceed of the 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission of the International Association of Geodesy, Thessaloniki, Greece*. 2002.
- [2] 金光, 王家骥, 倪伟. 利用坐标变换推导经纬仪三轴误差 [J]. *光学 精密工程*, 1999, 7 (5) 89-94.
JIN G, WANG J Q, NI W. The three-error axis of theodolite with the utilization of the coordinate to the variation [J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7 (5) 89-94 (in Chinese)
- [3] 耿丽红, 范天泉. 高精度光学中心偏测量仪主要技术指标的检测 [J]. *应用光学*, 1998, 19 (4) 40-43.
GENGL H, FAN T Q. Check of main technical indices of high accurate optical off-center measurement instrument [J]. *Appl Opt*, 1998, 19 (4) 40-43. (in Chinese)
- [4] 杜俊峰, 李正周. GD-220 光电经纬仪轴系的精度分析 [J]. *光学 精密工程*, 2002, 10 (4) 416-419.
DU J F, LI ZH ZH. Analysis of the axial accuracy of the GD-220 photoelectric theodolite [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, 10 (4) 416-419. (in Chinese)
- [5] 陈元培, 田世雄, 罗永萍, 等. ICCD 及宽视场电视测量系统畸变的精密测量 [J]. *光学仪器*, 2000, 22 (3), 8-12.
CHEN Y P, TIAN SH X, LUO Y P, *et al.* The accurate method of detecting distortion for ICCD & wide-field TV measuring system [M]. *Optical Instruments*, 2000, 22 (3), 8-12. (in Chinese)
- [6] 张文明, 林玲, 郝永杰, 等. 小型星模拟器中星图动态显示系统的设计 [J]. *光电工程*, 2000, 27 (5) 11-14.
ZHANG W M, LIN L, HAO Y J, *et al.* Design of a dynamic display system for star map in small-sized star simulator [J]. *Optoelectronic Engineering*, 2000, 27 (5) 11-14 (in Chinese)

作者简介：曾志雄（1977-），男，湖北天门人，2000 年 7 月毕业于湖北工学院电气工程与计算机科学系，现在中国科学院西安光学精密机械研究所攻读硕士学位，研究方向为信号与信息处理。